



Risques des Collateralized Debt Obligations

Areski COUSIN

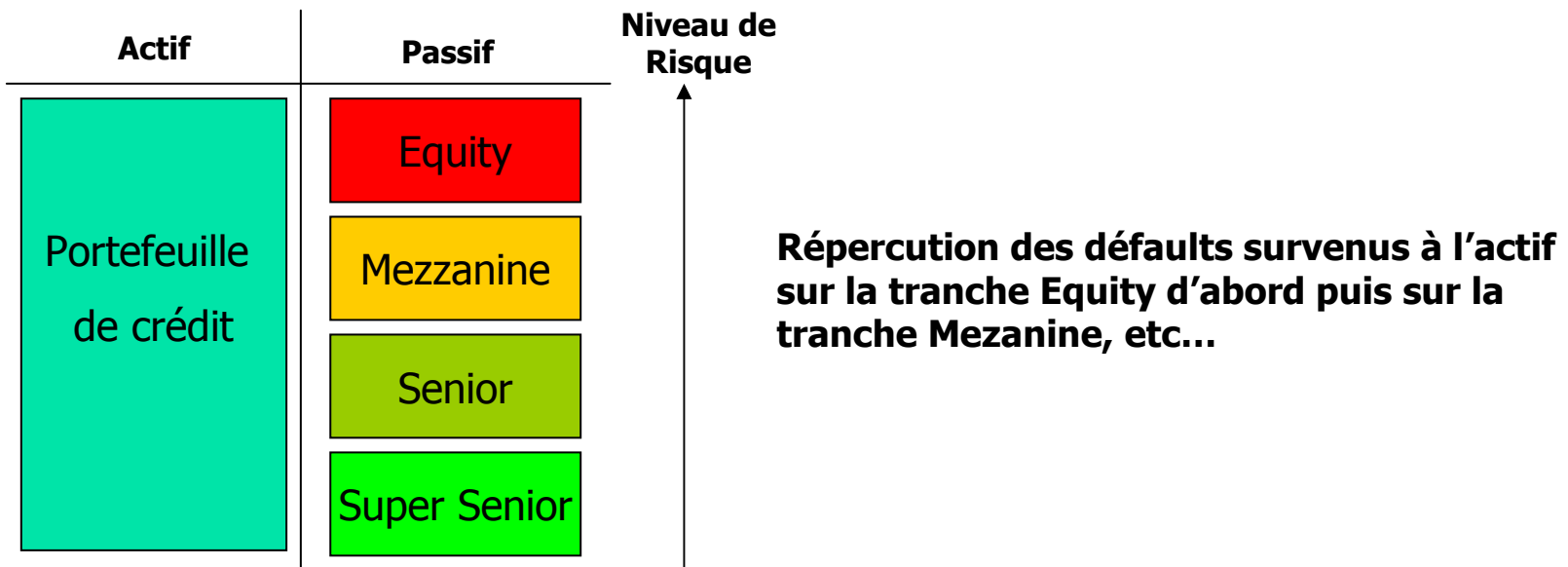
Université Claude Bernard Lyon 1 – ISFA
Sous la direction du Professeur Jean-Paul Laurent

Journées Interuniversitaire de Recherche en Finance
Université de Bourgogne – 31 Mai 2007



Introduction

- Un Collateralized Debt Obligation (CDO) est le résultat du découpage d'un portefeuille de crédit en plusieurs niveaux de risque



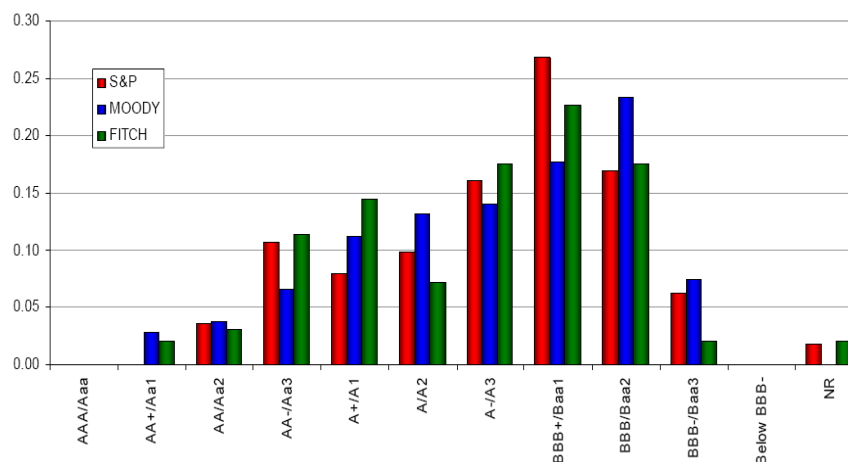
- La structure d'un CDO est-elle pour autant assimilable à celle du bilan d'une banque commerciale ?



Introduction

- L'Actif = Portefeuille de crédit est typiquement un indice standardisé
 - ex : Itraxx Europe qui rassemble 125 très grandes entreprises comme Accor, Axa, Carrefour, France Telecom, Renault, SUEZ, Thomson, etc...

iTraxx Industry Group	Weight %
Autos	8.00
Consumer	24.00
Energy	16.00
Financial	20.00
Industrial	16.00
TMT	16.00



- Composition de l'indice renouvelée tous les 6 mois
- Une quantité importante de créditeurs
- Des entreprises de grande taille



Tend à limiter les effets d'asymétrie d'information sur la valeur de l'actif





Introduction

- Les tranches de risque d'un CDO constituent un passif virtuel
 - Gestion allégée
 - Limitation des coûts opérationnels, des coûts de transaction
- Le découpage des risques au passif est figé à la création du CDO
- Les tranches de risques sont adaptées au niveau de l'aversion vis à vis du risque des investisseurs

 **Limitation des conflits d'intérêt entre détenteurs de tranches**





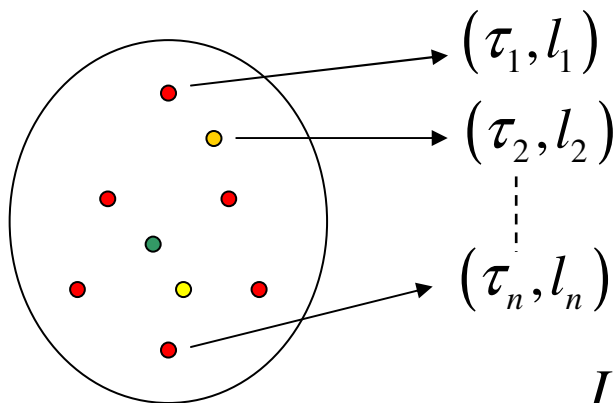
Introduction

- Dans le modèle de Merton,
 - La valeur de l'actif est modélisée par un brownien géométrique
 - les actions sont perçues comme des options d'achat sur l'actif
- Deux différences importantes à prendre en compte
 - Les actifs sont liquides (crédits négociables sur un marché)
 - La valeur du portefeuille évolue par paliers (saut à chaque nouveau défaut)
- Cadre de marché complet
 - Duplication des tranches de CDO grâce à la valeur du portefeuille de crédit et du taux sans risque
 - Détermination de la valeur relative des tranches par rapport à la valeur du portefeuille de crédit

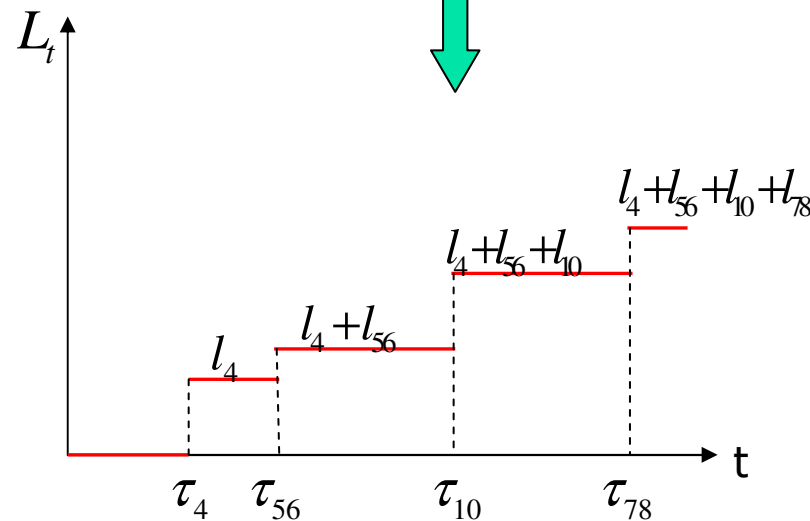


Structure d'une tranche de CDO

- Les cash-flows d'un CDO dérivent du processus de la perte agrégée :



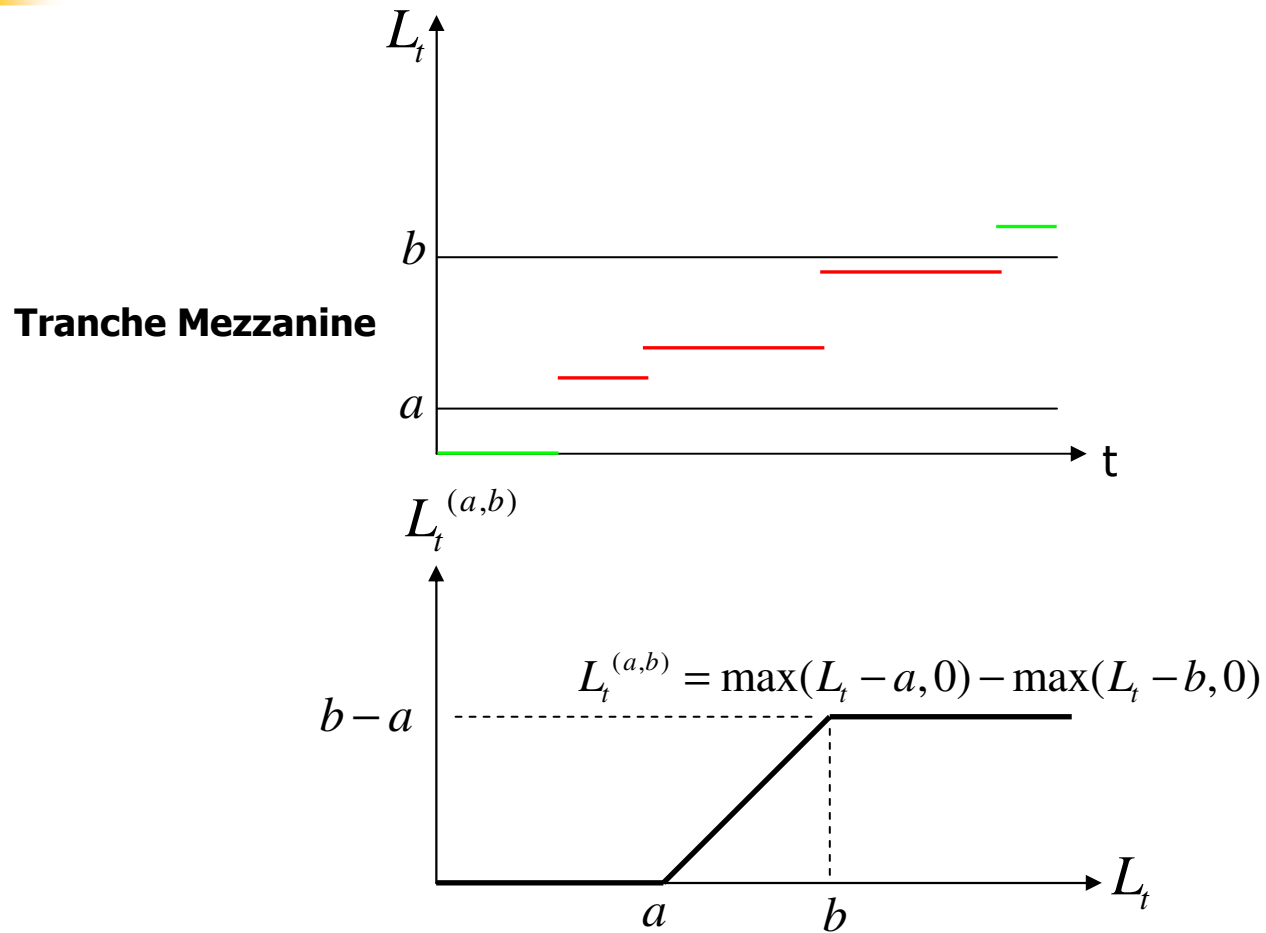
$$L_t = \sum_{i=1}^n l_i 1_{\{\tau_i \leq t\}}$$



- **Panier de n Obligations**
- **Si l'obligation i est en défaut à τ_i**
- **La perte engendrée correspond à la partie non recouverte l_i de la dette en défaut**



Structure d'une tranche de CDO

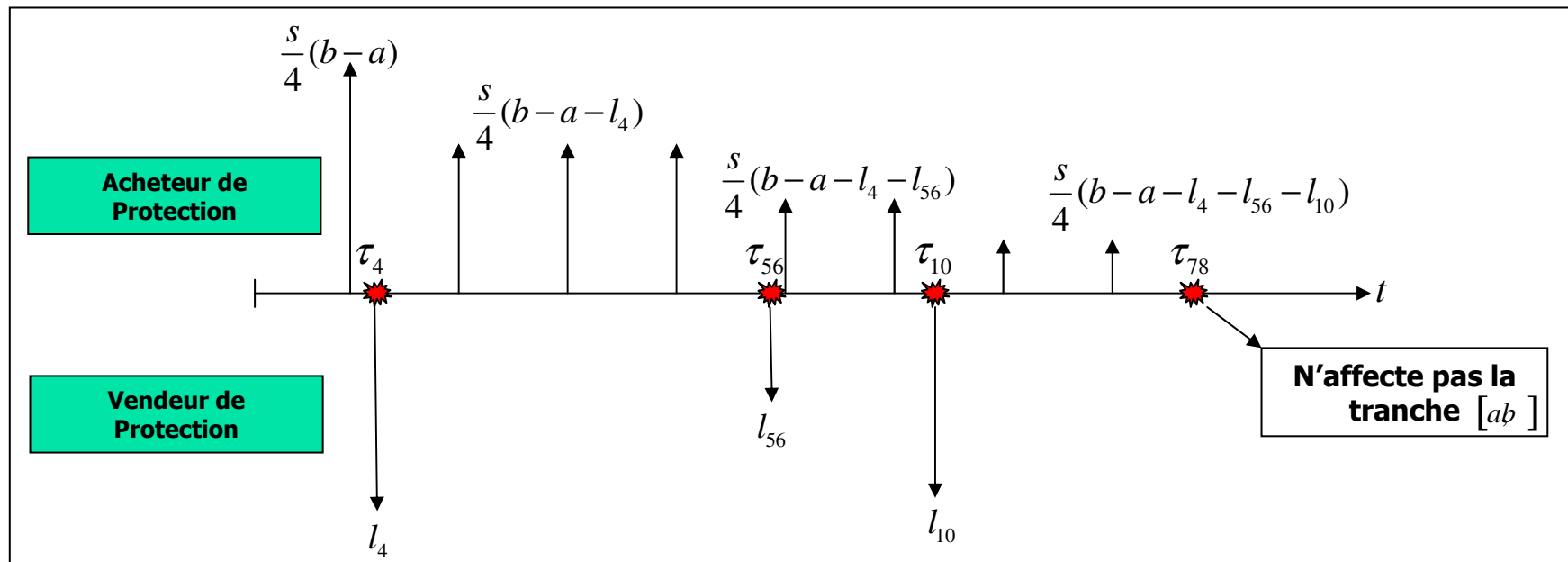


→ La jambe de défaut de la tranche de CDO $[a, b]$ est un call spread sur L_t



Structure d'une tranche de CDO

- Jambe de prime d'une tranche $[a, b]$:
 - Paiement de coupon trimestriel indexé sur la partie non consommée $b - a - L_t^{(a,b)}$
 - Au taux annuel s





Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Risque de défaut
 - Impacte directement les cash-flows des tranches de CDO et de l'indice
- Risque de spread
 - Evolution du prix des obligations sous-jacentes au portefeuille de crédit
 - Modification de la qualité de la dette
- Intéraction entre risque de spread et risque de défaut
 - Une augmentation du prix des obligations est liée à une augmentation de la probabilité des défauts futurs
 - L'arrivée de nouveaux défauts entraîne une augmentation du prix des obligations

➡ **Les défauts sont informatifs = effet de contagion**





Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Modèle de contagion :
 - On note N_t le nombre de défauts avant la date t
 - La probabilité de survenance d'un nouveau défaut dépend de la marge de crédit

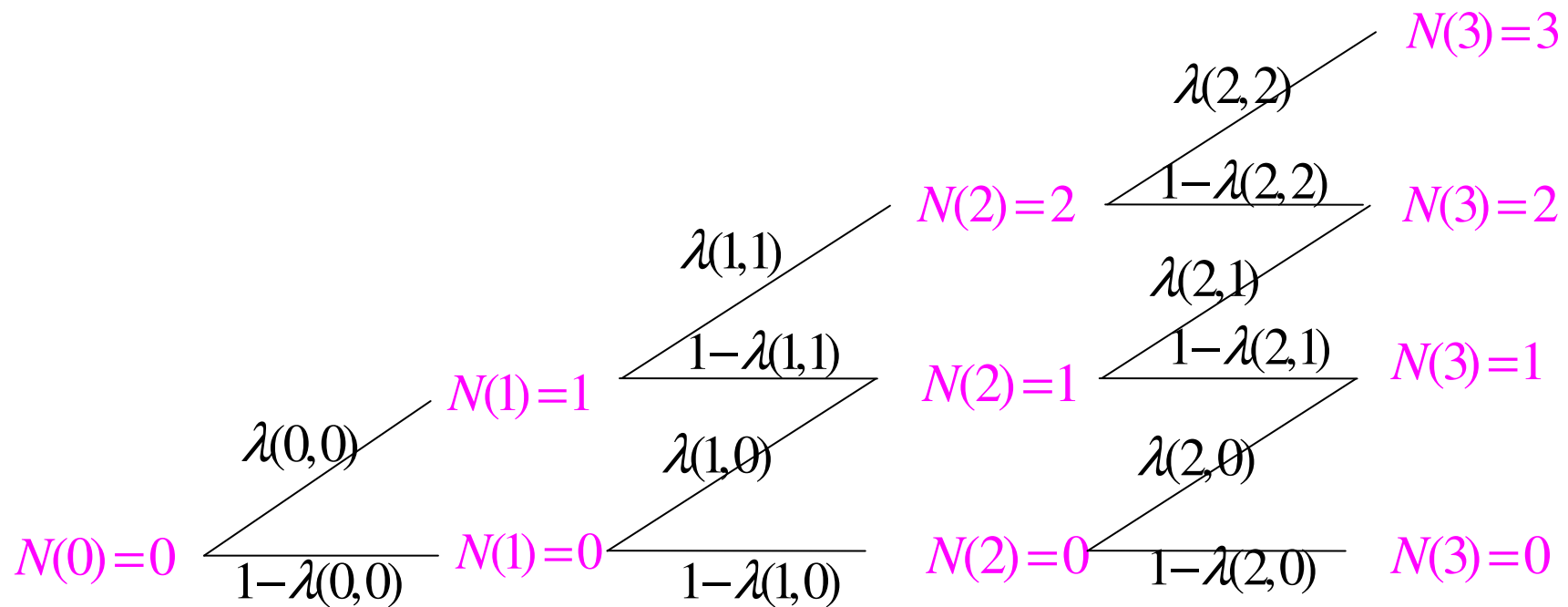
$$P(N_{t+dt} - N_t = 1 | N_t) = \lambda(t, N_t) dt,$$

- Pas de défauts simultanés
 - $P(N_{t+dt} - N_t \geq 2 | N_t) = 0$



Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Evaluation et couverture d'une tranche de CDO avec un arbre binomial



- Marché complet ?





Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Duplication d'une tranche de CDO $[a, b]$

→ **Perte de la tranche $[a, b]$:** $L_t^{(a,b)} = \max(L_t - a, 0) - \max(L_t - b, 0)$

- Sur un portefeuille homogène : $l_1 = \dots = l_n = l$

- Avec le portefeuille de crédits sous-jacent = CDO tranche $[0, 100\%]$

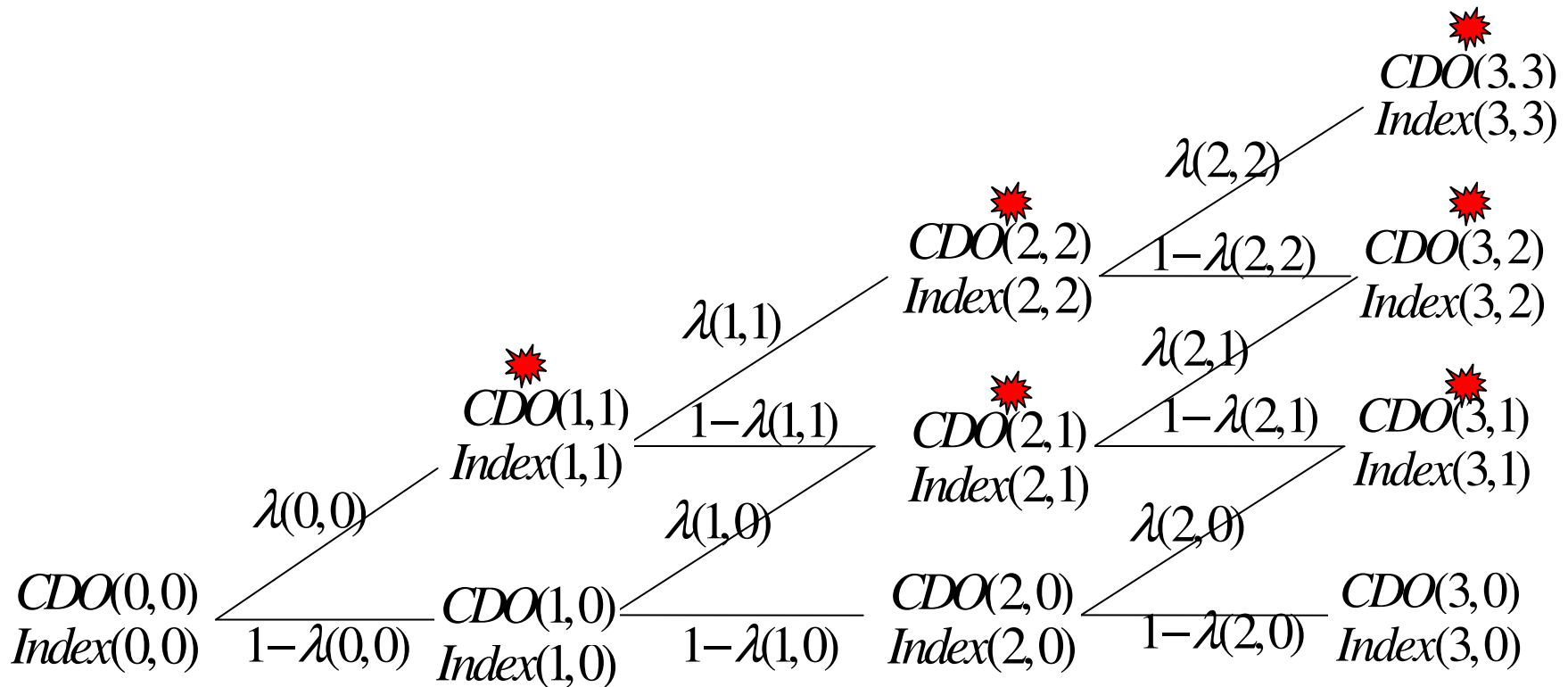
→ **Perte totale :** $L_t = l \times \sum_{i=1}^n 1_{\{\tau_i \leq t\}} = l \times N_t$

- Et l'actif sans risque



Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Evaluation et couverture d'une tranche de CDO avec un arbre binomial



Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Evaluation des tranches de CDO
 - Portefeuille homogène de 125 noms
 - Maturité de 5 ans
 - Marge de crédit exprimée en points de base par an
- Indice (Tranche CDO [0,100%])

		Weeks						
		0	14	28	42	56	70	84
Nb Defaults	0	20	19	19	18	18	17	17
	1	0	31	30	29	28	27	26
	2	0	46	44	43	41	40	38
	3	0	63	61	58	56	54	52
	4	0	83	79	76	73	70	67
	5	0	104	99	95	91	87	83
	6	0	127	121	116	111	106	101



Couverture d'un CDO en présence de contagion

- Tranche Equity [0,3%]

		Weeks						
		0	14	28	42	56	70	84
Nb Defaults	0	728	707	685	664	642	620	599
	1	0	1387	1347	1306	1263	1220	1175
	2	0	2452	2396	2337	2273	2205	2134
	3	0	4042	3974	3900	3821	3735	3641
	4	0	6536	6436	6333	6226	6113	5993
	5	0	11073	10852	10634	10417	10202	9986
	6	0	16130	15697	15275	14864	14462	14068

- Tranche [3,6%]

		Weeks						
		0	14	28	42	56	70	84
Nb Defaults	0	33	26	20	16	12	8	6
	1	0	134	111	90	72	56	42
	2	0	428	376	325	276	230	187
	3	0	982	900	817	732	646	561
	4	0	1801	1707	1605	1496	1380	1258
	5	0	2899	2809	2707	2593	2467	2328
	6	0	4440	4353	4255	4145	4021	3881





Conclusion

- Comparaison entre CDO et bilan d'une entreprise
 - Portefeuille d'actifs bien diversifié, actifs négociables, frais de gestion faibles
- On se rapproche des hypothèses du modèle de Merton
 - Évaluation des marges de crédit associées aux passifs (dette mezzanine)
- Cependant, l'évaluation des tranches reste contestable dans le cadre d'un modèle de marché complet
 - Saut aléatoire de la valeur de l'actif en cas de défaut
 - Les tranches de CDO seraient synthétisables à partir du portefeuille de crédit et de l'actif sans risque. A quoi bon utiliser une telle structure ?





Bibliographie

- Modèle de défaut en présence de contagion
 - Jarrow, R.A., Lando, D. and S.M. Turnbull, 1997, *A Markov model for the term structure of credit risk spreads*. Review of Financial Studies, 10(2), 481-523.
 - Davis, M., and Lo, V., 2001, *Infectious defaults*, *Quantitative Finance*, 1, 382–387.
 - Jarrow, R.A. and Yu, F., 2001, *Counterparty risk and the pricing of defaultable securities*, *Journal of Finance*, 53, 2225–2243.

- Problème de la couverture des CDO dans les modèles de contagion
 - Frey, R., and Backhaus, J., 2006, *Credit derivatives in models with interacting default intensities: a Markovian approach*, working paper, University of Leipzig.
 - Bielecki, T., Jeanblanc, M., & M. Rutkowski, 2007, *Hedging of basket credit derivatives in default swap market*, *Journal of Credit Risk*, 3(1).

